

Internationalisation et inégalités. Une analyse par le modèle de Ramsey

Charles Vellutini*

EUREQua, Université de Paris I

1 Introduction

Si l'accroissement des inégalités de revenu en France est un fait largement analysé, la réduction concomitante des inégalités de patrimoine est moins souvent commentée – et sans doute moins bien comprise. Alors que le coefficient de Gini pour le revenu des ménages français passait de 33,2% à 35,7% entre 1984 et 1994, pour le patrimoine, au contraire, il diminuait de 69% à 61% entre 1986 et 1996 (Insee (1996)). Un phénomène similaire est observé aux Etats-Unis, en tenant compte des droits à la retraite dans l'épargne des ménages (Wolff (1992)). Comment expliquer cette dynamique opposée ? Nous montrons que le modèle standard de croissance de Ramsey, quand il est combiné à l'internationalisation, fournit une explication possible.

Notre modèle se situe dans la continuité des analyses en économie fermée de l'impact des comportements d'épargne sur la distribution des revenus, notamment celles de Stiglitz (1969), Chatterjee (1994) et Caselli & Ventura (2000). Son trait distinctif est bien sûr qu'il propose une analyse des conséquences de l'internationalisation.

Nous appliquons la logique d'épargne à la Ramsey dans un modèle où l'intégration économique entre un pays riche et un pays plus pauvre est obtenue par mobilité parfaite du capital. Comme le rappelle Ventura (1997), tant qu'il n'y a pas de spécialisation internationale dans les productions, la mobilité du capital est équivalente au commerce des biens. Sous certaines

* EUREQua, Université de Paris I, 106-112, bld de l'Hôpital - 75647 Paris Cedex 13. <vellutini@club-internet.fr>. Je remercie Jérôme Glachant et deux rapporteurs anonymes pour leurs commentaires.

conditions que nous préciserons, le modèle peut donc être interprété comme un modèle général d'internationalisation.

Quelle est alors l'évolution des inégalités au sein du pays riche ? Une des leçons de cette analyse est qu'il est crucial de distinguer inégalités de revenu et inégalités de patrimoine. En effet, dans ce modèle très simple, l'internationalisation n'agit pas nécessairement dans le même sens sur les inégalités concernant ces deux grandeurs. Avec une technologie Cobb-Douglas, à un accroissement des inégalités de revenu se superposera *toujours* une réduction des inégalités en patrimoine, comme dans l'expérience française. Nous verrons que cette évolution croisée est le fruit du comportement d'accumulation optimal des ménages couplé à l'internationalisation.

La section suivante présente le modèle de référence. La section 3 analyse la dynamique des inégalités. La section 4 présente les données disponibles pour la France et les États-Unis. La section 5 conclut.

2 Le modèle de référence

Nous modélisons le monde comme étant constitué de deux pays soumis à un processus identique de croissance néo-classique. Avant l'instant zéro, les deux pays sont chacun en autarcie. Le pays 1, le pays riche, a alors déjà atteint l'équilibre stationnaire. Le pays 2, le pays pauvre, est toujours en période de transition, avec par conséquent un stock de capital inférieur :

$$k_2^{aut} < k_1^{aut} = k^*, \quad (2.1)$$

où k_1^{aut} et k_2^{aut} sont respectivement les stocks de capital par tête des pays 1 et 2 au moment précédant immédiatement l'ouverture des économies; k^* est le stock de capital de l'équilibre stationnaire d'autarcie. À l'instant zéro, l'internationalisation est introduite sous forme de mobilité parfaite des capitaux.

Le phénomène économique qui est ici représenté, évidemment de manière très simplifiée, est donc l'intégration d'une région ayant déjà achevé son développement avec une région encore en développement. C'est bien cette internationalisation, qui s'est fortement accélérée en cours des dernières décennies, qui a été au coeur du débat sur l'accroissement des inégalités dans les pays de l'OCDE (voir notamment Rodrik (1997)). Rappelons avec Ventura (1997) que sous certaines conditions – particulièrement l'absence de spécialisation internationale dans les productions –, ce modèle de mobilité du capital à bien unique est équivalent à un modèle de commerce international où l'on échange plusieurs biens ayant des intensités factorielles différentes. Selon la logique du théorème de Samuelson (1948), ces deux types d'intégration internationale amènent l'égalisation du prix des facteurs : en substance, ce sont des facteurs qui sont échangés, éventuellement au travers des biens. Ainsi, le commerce international avec les pays émergents,

tant qu'il n'est pas accompagné de spécialisation, a pu également contribuer à l'internationalisation telle qu'elle est modélisée dans cet article. On présente en annexe la structure utilisée par Ventura pour formaliser cette équivalence.

2.1 Les ménages

On considère dans chaque pays une population continue de ménages $J = [0, 1]$. Chaque ménage ij ($i = 1, 2$ et $j \in J$) possède une unité de travail, qui est fournie inélastiquement à chaque instant aux firmes nationales. La force de travail de chaque pays, égale à sa population, est normalisée à l'unité. La seule source d'hétérogénéité parmi les ménages provient de leurs dotations initiales. Dans chaque pays, le patrimoine initial est réparti selon une fonction de densité $g_i(p)$ ¹. Le patrimoine total de chaque pays (aussi égal au patrimoine moyen) est donc :

$$p_i = \int p g_i(p) dp \quad (2.2)$$

Tous les ménages, dans les deux pays, maximisent leur utilité sur un horizon de prévision infini :

$$U_{ij} = \int_0^\infty \frac{c_{ij}^{1-\sigma}(t) - 1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt, \quad (2.3)$$

où $c_{ij}(t)$ est la consommation instantanée, $\rho > 0$ le taux de préférence pour le présent et σ l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle. Les ménages prennent comme données les trajectoires de prix. Le ménage quelconque j du pays 1 maximise (2.3) sous les contraintes :

$$\dot{p}_{1j} = w_1 + r_1(p_{1j} - b_j) + r_2 b_j - c_{1j}, \quad (2.4a)$$

$$\dot{b}_j = e_j \quad (2.4b)$$

La quantité p_{1j} est le patrimoine total du ménage $1j$, qu'il soit détenu sur son territoire national ou dans le pays 2. La quantité b_j représente la part de son patrimoine détenue dans le pays 2. La variable e_j est donc le flux d'investissement étranger². Le salaire en vigueur dans le pays 1 est w_1 , alors que r_1 et r_2 sont respectivement les taux de loyer du capital dans les pays 1 et 2.

¹ $g_i(p)$ est la fraction de la population possédant le patrimoine p .

² Les quantités b_j et e_j peuvent aussi s'interpréter comme respectivement le stock de prêts accordés au pays 2 et le flux de nouveaux prêts (voir d'Autume (1996)).

Le ménage j du pays 2 maximise (2.3) sous la contrainte³ :

$$\dot{p}_{2j} = w_2 + r_2 p_{2j} - c_{2j} \quad (2.5)$$

De plus, les ménages sont soumis aux habituelles conditions de transversalité.

La mobilité parfaite du capital offre des opportunités d'arbitrage conduisant à la condition :

$$r_1 = r_2 \quad (2.6)$$

On notera dans la suite $r_1 = r_2 \equiv r$.

2.2 Les firmes

La technologie utilisée par les deux pays est néo-classique. Elle est notée, dans son expression *per capita* :

$$y_i = f(k_i), \text{ avec } i = 1, 2, \quad (2.7)$$

où y_i est le PIB par tête du pays i et k_i son capital intérieur par tête.

La maximisation du profit par les firmes et l'équilibre des marchés impliquent :

$$f'(k_1) = f'(k_2) = r, \quad (2.8)$$

$$w_1 = f(k_1) - k_1 f'(k_1); \quad w_2 = f(k_2) - k_2 f'(k_2) \quad (2.9)$$

La relation (2.8) indique que les stocks de capital intérieurs sont nécessairement égaux dès l'ouverture internationale, ainsi que les salaires, d'après (2.9). Nous noterons dans la suite : $k_1 = k_2 \equiv k$ et $w_1 = w_2 \equiv w$.

Dans le langage du modèle néo-classique de croissance, l'internationalisation implique donc une nouvelle phase de "transition" pour le pays riche : à l'instant zéro, son capital se retrouve au-dessous du capital d'état stationnaire.

2.3 Résolution

On montre brièvement dans cette sous-partie les principales étapes de la résolution. Premièrement, on résout le système obtenu par agrégation au

³ Cette spécification n'exclut pas l'investissement étranger par le pays 2 dans le pays 1 – qui serait simplement représenté par un b (agrégé sur les j) négatif *ex post*. Notre spécification où seul l'agent représentatif du pays riche a l'initiative, *ex ante*, des flux de capitaux internationaux est utilisée par simple commodité d'écriture. Elle est strictement équivalente à une formulation explicite où les deux agents représentatifs peuvent choisir respectivement la valeur de b_i ($i = 1, 2$) *ex ante*, ces deux variables étant égalisées *ex post*. Voir Vellutini (1997).

plan mondial des conditions d'optimalité, de transversalité et d'équilibre des marchés :

$$\dot{c} = \frac{1}{\sigma} (f'(k) - \rho) \quad (2.10a)$$

$$\dot{k} = f(k) - c/2 \quad (2.10b)$$

avec

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c^{-\sigma} k e^{-\rho t} = 0 \quad (2.10c)$$

$$k(0) = \frac{k^* + k_2^{aut}}{2} \quad (2.10d)$$

où $c \equiv c_1 + c_2$ est la consommation mondiale, avec c_1 et c_2 les consommations nationales des pays 1 et 2 respectivement. Ce système n'est autre que celui du modèle de Ramsey d'autarcie et se résout comme tel. L'équilibre stationnaire mondial est donné par $f'(k^*) = \rho$ et $c^* = 2f(k^*)$.

La seconde étape consiste à séparer la consommation mondiale en ses deux composantes c_1 et c_2 , en exploitant le fait que ces consommations nationales croissent au même taux à tout instant, en vertu des conditions d'optimalité des agents et de la condition de non-arbitrage (2.6). C'est d'ailleurs cette propriété, on le verra, qui est à l'origine des principaux résultats du modèle. On définit la constante $m \equiv \frac{c_1}{c}$, que la contrainte budgétaire intertemporelle du pays 1 nous permet alors de calculer :

$$m\tilde{c}(0) = \int_0^\infty (f(k(\tau)) - \dot{k}(\tau)) e^{-R(\tau)} d\tau + b(0), \quad (2.11)$$

où $\tilde{c}(0) \equiv \int_0^\infty c(\tau) e^{-R(\tau)} d\tau$, avec $R(\tau) = \int_0^\tau f'(k(v)) dv$ le facteur moyen d'actualisation. La quantité $b(0)$, l'actif étranger initial, est connue grâce aux conditions initiales du problème. L'ajustement instantané des stocks de capital à l'ouverture donne en effet :

$$b(0) = \frac{k^* - k_2^{aut}}{2} \quad (2.12)$$

La troisième étape est semblable à la seconde et consiste à désagréger chaque consommation nationale entre les ménages. Les consommations des ménages du pays 1 croissent elles aussi au même taux; la part d'un ménage quelconque dans la consommation nationale sera donc également constante. Il en ira de même pour les ménages du pays 2. En notant $q_{1j} \equiv \frac{c_{1j}}{c_1}$ ces constantes dans le cas du pays 1, on utilise à nouveau les contraintes budgétaires intertemporelles :

$$q_{1j}.m.\tilde{c}(0) = \tilde{w}(0) + p_{1j}(0), \quad (2.13)$$

où $\tilde{w}(0)$ est défini de la manière que $\tilde{c}(0)$. Cette formule est également opérationnelle, les étapes antérieures du calcul nous ayant donné toutes les

trajectoires comprises dans cette équation, ainsi que la constante m . Les patrimoines initiaux des ménages sont des données exogènes au modèle.

Au terme de la résolution, les trajectoires des consommations (c_{1j}), du patrimoine (p_{1j}) et du revenu ($y_{1j} = w + f'(k)p_{1j}$) d'un ménage quelconque du pays 1 sont donc connues.

3 Dynamique des inégalités

3.1 Patrimoine

La dynamique des inégalités en patrimoine découle du comportement optimal d'accumulation des ménages – chacun selon sa dotation. Nous montrons que, avec une technologie Cobb-Douglas, la nouvelle période de transition qu'entraîne dans le pays riche l'internationalisation s'accompagne d'une réduction des inégalités en patrimoine.

Proposition 1 *Une économie munie de la technologie Cobb-Douglas*

$$f(k_i) = Ak_i^\alpha, \text{ avec } A > 0, 0 < \alpha < 1 \text{ et } i = 1, 2$$

vérifie :

$$\forall (a, b) \in J \times J \text{ et } \forall t \geq 0, p_{1a}(t) > p_{1b}(t) \implies \frac{\dot{p}_{1a}(t)}{p_{1a}(t)} \leq \frac{\dot{p}_{1b}(t)}{p_{1b}(t)} \quad (3.1)$$

Preuve. La preuve est donnée en annexe. □

Corollaire *On a, dans les conditions de la Proposition 1 :*

$$\forall (a, b) \in J \times J, p_{1a}(0) > p_{1b}(0) > 0 \implies \frac{p_{1a}^*(0)}{p_{1b}^*(0)} \leq \frac{p_{1a}(0)}{p_{1b}(0)}$$

Preuve. La preuve est donnée en annexe. □

La Proposition 1 et son corollaire montrent qu'avec une fonction de production Cobb-Douglas, le modèle de Ramsey prédit que les inégalités en patrimoine dans le pays riche diminuent de façon monotone durant toute la nouvelle phase de transition, pour aboutir, à l'état stationnaire final, à une répartition plus égalitaire du patrimoine. Comme l'indique le corollaire, tout écart entre deux stocks de patrimoine au temps zéro sera moindre à l'équilibre stationnaire final qu'il ne l'était à l'ouverture.

L'hypothèse standard d'homothétie des préférences telles que spécifiées en (2.3) est centrale dans l'obtention de ce résultat. L'homothétie signifie que tout ménage consomme la même part de sa richesse totale à chaque période, et donc que le taux de croissance de la richesse totale est identique pour tous⁴. Or le taux de croissance de la richesse totale d'un

⁴ En prenant soin de définir la richesse totale comme la somme du patrimoine et de la richesse humaine, c'est-à-dire le flux actualisé des salaires futurs. L'homothétie découle elle-même du fait que toutes les consommations croissent au même taux. Voir équation (B.4) en annexe.

ménage quelconque résulte d'une pondération entre les deux composantes de cette richesse : le patrimoine (propre au ménage) et la richesse humaine (ici identique pour tous les ménages). On voit que pour rester sur la trajectoire optimale de consommation/épargne, un ménage faiblement doté en patrimoine a tendance à accumuler plus rapidement du patrimoine que les ménages les mieux dotés.

Mais la fonction de production a aussi un rôle important. On conçoit que la force de l'effet ci-dessus dépend de l'élasticité de substitution entre facteurs de production. En effet, plus il est facile de substituer du capital à du travail (élasticité de substitution forte), et plus lentement les salaires (et donc la richesse humaine) croissent pendant la période d'accumulation du capital (la transition), et donc plus fort est l'effet de convergence des patrimoines. Le cas Cobb-Douglas illustre cette propriété : son élasticité de substitution entre facteurs est égale à 1, la limite supérieure pour une fonction de production néo-classique. Dans ce cas, les ménages les moins dotés accumulent toujours plus rapidement. Cette propriété n'est bien sûr pas spécifique de ce modèle à deux pays, mais vaut dans toute économie munie de ces préférences et de cette technologie. Toutefois, dans notre économie, on aura compris que cet effet est mis en oeuvre par l'internationalisation, qui a pour effet d'abaisser le niveau de capital du pays riche, et entraîne donc celui-ci dans une nouvelle phase de transition⁵.

On notera que la convergence transitionnelle des patrimoines du cas Cobb-Douglas n'est pas une propriété générale du modèle. Caselli & Ventura (à paraître) montrent qu'avec une fonction de production de type CES, des situations de divergence peuvent facilement être mises en évidence⁶. Cependant, on sait que le cas Cobb-Douglas est particulièrement intéressant du point de vue empirique⁷.

3.2 Revenu

Dans cet article, c'est la comparaison entre situation d'autarcie et situation après ouverture qui nous intéresse. Nous comparerons donc la distribution du revenu avant l'internationalisation à cette distribution à l'équilibre sta-

⁵ Pour mettre en évidence nos résultats, nous avons choisi l'hypothèse d'un pays riche à l'état stationnaire avant l'ouverture. Toutefois, il est loisible de montrer que, même dans le cas d'un pays riche toujours en transition avant l'ouverture, l'ouverture rendrait le phénomène de convergence entre patrimoines internes plus intense, en éloignant le pays riche de l'état stationnaire, et contribuerait donc aussi à une réduction accélérée des inégalités en patrimoine.

⁶ Ces auteurs ont indépendamment établi la convergence transitionnelle des patrimoines dans une économie munie d'une fonction Cobb-Douglas, mais seulement dans le cas d'une utilité instantanée logarithmique. La Proposition 1 ci-dessus traite le cas plus général d'une utilité instantanée à élasticité de substitution intertemporelle constante.

⁷ La constance temporelle de la répartition des PIB entre capital et travail est souvent citée comme un argument fort en faveur d'une représentation du processus de production agrégé par une fonction Cobb-Douglas. Piketty (1997) donne un résumé de l'abondante littérature sur la validité empirique de la fonction Cobb-Douglas.

tionnaire final⁸. Nous retrouverons alors des effets statiques bien connus de l'internationalisation sur les inégalités de revenu. Ces effets sont valables pour toute fonction de production néo-classique, et non seulement Cobb-Douglas.

Le revenu respectivement au temps zéro et à l'équilibre stationnaire final d'un ménage quelconque $1j$ est donné par :

$$y_{1j}(0) = w^* + \rho p_{1j}(0), \quad (3.2)$$

$$y_{1j}^* = w^* + \rho p_{1j}^* \quad (3.3)$$

On écrit bien dans (3.2) le salaire d'autarcie et non le salaire suivant immédiatement l'internationalisation. Puisque le pays 1 est à l'équilibre stationnaire à l'instant précédant le temps zéro, ce salaire sera identique à celui de l'équilibre stationnaire final. Il est facile de tirer des relations ci-dessus la proposition suivante.

Proposition 2 *Une économie munie d'une fonction de production néo-classique quelconque vérifie :*

$$\forall (a, b) \in J \times J, y_{1a}(0) \leq y_{1b}(0) \Rightarrow \frac{y_{1b}^*}{y_{1a}^*} \geq \frac{y_{1b}(0)}{y_{1a}(0)} \quad (3.4)$$

Preuve. La preuve est donnée en annexe. □

Ce qu'indique la Proposition 2, c'est que le modèle génère, conformément à la logique de Heckscher-Ohlin-Samuelson⁹, la prédiction d'accroissement des inégalités de revenu dans le pays riche.

Mais nous avons, dans le cas Cobb-Douglas, ce résultat plus surprenant de prime abord : l'accroissement des inégalités de revenu est concomitant d'une réduction des inégalités de patrimoine. Ce double résultat devient plus intuitif si l'on remarque que deux forces sont en jeu. D'une part, la nouvelle dynamique d'accumulation fait que dans le pays riche, le patrimoine et donc les revenus patrimoniaux deviennent graduellement mieux répartis, on l'a vu. Mais d'autre part, les revenus du patrimoine acquièrent instantanément plus de poids dans le revenu total de chaque ménage (du pays riche). Or les inégalités de patrimoine, même si elles se réduisent, demeurent beaucoup fortes que celles du revenu du travail – qui sont nulles dans notre modèle. Ce que la précédente proposition montre, c'est que le deuxième effet, de nature statique, domine toujours le premier, de nature dynamique.

⁸ Les patrimoines n'admettent aucune discontinuité au moment de l'ouverture. Au contraire, les salaires, eux, « sautent » en $t = 0$. Ce qui est important, c'est que la comparaison qui sera faite de l'évolution des deux distributions est bien homogène : on compare dans les deux cas la distribution à l'état stationnaire final à celle à l'état initial (juste avant l'internationalisation).

⁹ L'intégration des économies bénéficie aux ménages qui sont le mieux pourvus du facteur dont la rareté s'accroît. Voir par exemple Krugman & Obstfeld (1997, chap. 5).

4 Éléments d'évaluation empirique

Le haut degré d'abstraction du modèle (pas de fiscalité, intégration sans friction, fourniture inélastique du travail) rend hasardeuse la validité de tests empiriques formels. Certains résultats qualitatifs sont pourtant si fortement caractérisés qu'il semble justifié de rechercher quelques repères dans les données disponibles. Il s'agit : (i) des mouvements contraires des dynamiques des distributions de patrimoine et de revenu ; (ii) de l'augmentation de la part des revenus patrimoniaux dans le revenu total des ménages. Nous allons voir que ces traits se retrouvent dans les données françaises, et, dans une moindre mesure, dans les données américaines. En outre, nous rappellerons que ces évolutions ont bien eu lieu dans un contexte d'internationalisation accélérée.

Il ne saurait être question d'interpréter ces observations comme un début de validation du modèle. D'autres phénomènes peuvent expliquer l'évolution opposée des distributions du revenu et du patrimoine, comme par exemple des phénomènes purement démographiques liés à la constitution de revenus de retraite (voir Insee (1996)). Toutefois, les données suggèrent que des modèles plus élaborés, avec notamment prise en compte de la démographie, de la fiscalité et de la fourniture optimale du travail, pourraient utiliser le mécanisme fondamental d'épargne optimale (couplé avec l'internationalisation) pour analyser l'évolution croisée des distributions.

4.1 Inégalités françaises

L'Insee (1996) rapporte qu'à l'augmentation des inégalités du revenu s'est superposée une diminution des inégalités de patrimoine. L'indice de Gini pour le revenu est passé de 33,2% en 1984 à 35,7% en 1994. Dans le même temps, la même source indique que les inégalités de patrimoine ont, elles, diminué. L'indice de Gini pour le patrimoine, de 69% en 1986, passe à 67% en 1992, puis à 61% en 1996.

De plus, concernant le point (ii) ci-dessus, l'analyse de l'Insee (1996) confirme que « les revenus du patrimoine ont contribué à l'accroissement des inégalités [de revenu] » (page 5). Plus précisément : « Etant donné l'aspect inégalitaire de la répartition actuelle des revenus du patrimoine, tout accroissement de la masse des revenus du patrimoine [...] entraînerait un accroissement des inégalités de niveau de vie. [...] Or la masse des revenus du patrimoine s'accroît rapidement, par augmentation du stock de patrimoine de rapport. » (page 41). Les revenus patrimoniaux représentaient ainsi en 1994 13% du revenu des ménages avant impôts, contre 9% en 1979 (voir tableau 1). Au total, les données indiquent que les ménages pauvres ont accumulé du patrimoine plus vite que les ménages riches mais qu'en même temps la part des revenus patrimoniaux dans le revenu total de chaque ménage a augmenté – tout comme le prédit le modèle.

Tableau 1 : Structure du revenu moyen de 1979 à 1994 (France)

	1979	1984	1989	1994
Revenu monétaire av. impôts (KF de 1994)	165,5	167,9	175,3	183,8
Répartition du revenu moyen (en %)				
Revenus d'activité	70,5	64,5	62,8	58,5
Retraites	13,5	16,7	17,7	19,8
Revenues liés au chômage	1,0	2,0	2,0	2,4
Revenus sociaux autres que retraite et chômage	5,6	5,7	5,5	5,4
Revenus du patrimoine	9,0	10,5	11,2	13,0
Versements réguliers d'autres ménages	0,4	0,6	0,8	0,9
Ensemble	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : Insee (1996)

**Tableau 2 : part du patrimoine total détenue par les
1% individus les plus riches (Etats-Unis)**

	%	
Année	Droits à retraite exclus	Droits à retraite inclus
1945	28,9	22,4
1949	25,7	20,5
1953	28,1	21,6
1958	27,0	20,7
1962	30,1	22,5
1965	31,9	23,4
1969	29,0	21,0
1972	28,6	20,5
1976	18,9	13,8
1981	23,6	—

Source : Wolff (1992)

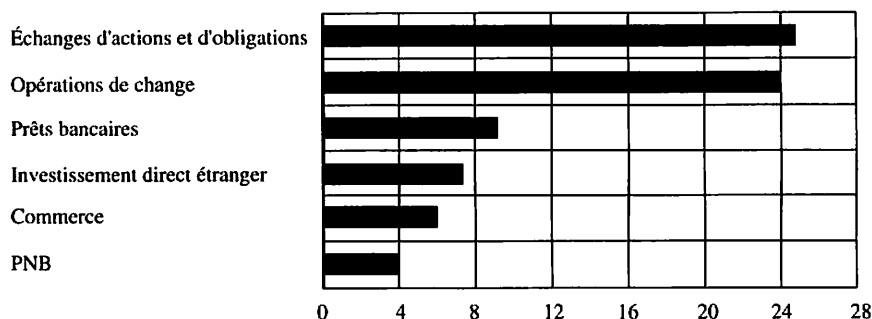


Figure 1 : Croissance moyenne annuelle réelle en %, 1980-96 (monde) Source : BRI, FMI.

4.2 Autres données sur les inégalités

Si la montée des inégalités de revenu dans l'ensemble des pays développés a fait l'objet de très nombreuses quantifications¹⁰, concernant la distribution du patrimoine, les données publiées sur l'ensemble des pays de l'OCDE sont malheureusement rares. En particulier, les résultats de la *Luxembourg Income Study* rendus publics par Atkinson, Rainwater & Smeeding (1995) ne comprennent pas l'évolution de la distribution du patrimoine, ni même la part des revenus patrimoniaux dans le revenu total.

Les données compilées par Wolff (1992) pour les Etats-Unis (tableau 2) montrent que la répartition du patrimoine y est, de même qu'en France, très inégalitaire. Plus du quart du patrimoine total était possédé par les 1% individus les plus riches dans chacune des années couvertes, sauf en 1976 et 1981.

Ces données n'indiquent pas aussi clairement que pour la France la réduction des inégalités de patrimoine, à moins d'inclure dans le patrimoine total les droits à retraite (calculés en équivalent patrimonial comme les sommes actualisées des flux de pensions de retraites futures). Remarquons que le faire serait en accord avec les définitions utilisées dans le modèle, puisqu'il est raisonnable d'admettre que la constitution des droits à la retraite est bien prise en compte dans le comportement d'épargne des ménages.

4.3 L'accélération des échanges internationaux

Enfin, il n'est pas inutile de rappeler l'accélération des échanges internationaux sur les périodes citées ci-dessus. Comme on le rapporte dans la figure 1, les échanges de tout type ont crû rapidement : commerce international, et plus encore, flux de capitaux. La Banque mondiale (1997) rapporte que les flux de capital privé vers les économies émergentes ont été de plus de 240 milliards de dollars en 1996, presque six fois plus qu'en 1990. Ainsi, le poids

¹⁰ Voir Piketty (1997).

des flux de capitaux privés étrangers est désormais considérable dans les pays émergents. En 1990, ils représentaient 4,1% de l'investissement intérieur; cette proportion est passée à 20% en 1996.

La France ne fait pas exception à ce mouvement général. Entre 1988 et 1998, le taux annuel de croissance du commerce international (somme des importations et des exportations) était en moyenne supérieur de 2,8 points de pourcentage à celui du PIB. Sur la même période, les flux internationaux de capitaux sont passés de 10,4% à 22,9% du PIB¹¹.

5 Conclusion

Quand le comportement d'épargne à la Ramsey est combiné avec l'internationalisation, les inégalités de revenu et de patrimoine ne se modifient pas nécessairement dans le même sens. Avec une technologie Cobb-Douglas, un mouvement opposé des inégalités en revenu et en patrimoine dans les pays riches est de fait toujours prédit par le modèle: alors que la distribution du revenu devient plus inégalitaire, les inégalités de patrimoine, elles, diminuent. Cette évolution croisée est précisément celle observée en France sur la période récente.

Le modèle propose ainsi une nouvelle lecture de ce phénomène. D'une part, les inégalités de patrimoine dans le pays riche s'atténuent car l'internationalisation provoque une nouvelle période de transition, ou du moins accentue la croissance transitionnelle. Le comportement optimal d'épargne fait que les ménages pauvres accumulent alors du patrimoine plus vite que les riches. Les inégalités de patrimoine diminuent. D'autre part, l'ouverture, en fournissant de nouvelles opportunités d'investissement, permet à chaque ménage du pays riche d'accroître la part des revenus patrimoniaux dans son revenu total – revenus patrimoniaux qui demeureraient plus inégalitaires que les revenus du travail. Au total, les inégalités de revenu augmentent.

Il faut rappeler les hypothèses économiques sur lesquelles reposent les résultats: les ménages fournissent inélastiquement du travail, il n'y a aucune fiscalité et aucune friction aux échanges. Ces éléments, évidemment limitatifs de la pertinence empirique de l'analyse, devraient être amendés dans d'éventuelles extensions. Malgré tout, les données françaises indiquent que le mécanisme au coeur du modèle – épargne optimale couplée à l'internationalisation – pourrait être un outil d'analyse utile.

¹¹ Source : World Development Indicators 2000, Banque mondiale (www.worldbank.org/data).

Annexes

A. Commerce international et mobilité du capital

Le modèle de Ventura (1997) a la particularité d'exclure toute possibilité de spécialisation. Sous cette condition, mouvements de facteurs et mouvements de biens sont de parfaits substituts et on aboutit à un résultat d'équivalence observationnelle entre ces deux types d'échanges. Cette structure diffère du modèle du texte sur deux points :

- Le produit intérieur brut y_i est obtenu à partir de deux biens intermédiaires, A et B . Soit :

$$y_i = f[x_{Ai}, x_{Bi}], \quad (A.1)$$

avec $f(\cdot)$ une fonction de production néo-classique. Les biens intermédiaires A et B sont produits à partir des facteurs capital et travail. L'hypothèse restrictive concerne les intensités factorielles. En effet, on suppose que la production d'une unité de bien intermédiaire A exige une unité de capital. De même, la production de une unité de bien intermédiaire B requiert une unité de facteur travail¹².

- Les biens intermédiaires A et B sont l'objet d'échanges internationaux sur des marchés parfaitement intégrés. Les facteurs de production et le bien final sont immobiles.

Le bien final est utilisé comme numéraire et les prix mondiaux des biens intermédiaires sont notés P_A et P_B . Les prix des facteurs sont respectivement w_i et r_i . Sous l'hypothèse de concurrence parfaite, il se déduit :

$$\begin{aligned} P_{Ai} &= P_A = r_i = r, \\ P_{Bi} &= P_B = w_i = w \end{aligned} \quad (A.2)$$

Compte tenu des hypothèses technologiques, une spécialisation complète des économies est impossible et l'égalisation du prix des facteurs s'effectue sans restriction.

L'équilibre de la balance commerciale du pays i impose que l'on ait à chaque instant :

$$P_A [x_{Ai} - k_i] + P_B [x_{Bi} - 1] = 0 \quad (A.3)$$

Au contraire de notre modèle, il n'y a pas lieu de distinguer le produit intérieur du produit national car les facteurs sont immobiles. La concurrence parfaite sur les différents marchés impose :

$$P_A = f_1[x_{Ai}, x_{Bi}] \text{ et } P_B = f_2[x_{Ai}, x_{Bi}] \quad (A.4)$$

¹² Ventura (1997) montre que cette spécification est un cas limite d'une formulation où chaque bien intermédiaire utilise à la fois du capital et du travail, avec des intensités différentes, et où l'équivalence entre mobilité du capital et commerce des biens vaut encore.

La production moyenne des produits A et B étant k et 1 respectivement, l'équilibre sur le marché mondial des biens et la condition (A.3) entraînent :

$$\frac{x_A}{x_B} = k = \frac{x_{Ai}}{x_{Bi}} \quad (\text{A.5})$$

On note $f(k) \equiv f(k, 1)$ le niveau de production mondiale, les équations (A.2), (A.3), et (A.5) impliquent alors :

$$r = P_A = f'(k) \text{ et } w = P_B = f(k) - kf'(k) \quad (\text{A.6})$$

De plus, le produit intérieur brut du pays i est $y_i = x_{Bi}y = x_{Bi}f(k)$ et on a $y_i = P_A k_i + P_B i$ ou encore, en utilisant (A.6) :

$$y_i = f(k) + f'(k)[k_i - k] \quad (\text{A.7})$$

Or cette expression n'est autre que le PNB dans le modèle avec mobilité du capital du texte, dès lors qu'à la variable k_i on substitue le capital national p_i . D'un point de vue observationnel, les deux modèles sont donc parfaitement *équivalents* en ce qui concerne la formation et le partage du revenu entre les différents facteurs. Le PIB de l'économie sans mobilité des facteurs est le PNB de l'économie avec mobilité des facteurs. Mouvements de facteurs et de biens sont donc de *parfaits substitués*. La différence entre les deux structures tient en ce que l'équilibre instantané de la balance commerciale de l'économie sans mobilité des facteurs se transpose en un équilibre instantané de la balance des paiements de l'économie avec mobilité.

B. Preuves

B.1. Proposition 1

Nous avons préalablement besoin de démontrer le lemme suivant.

Lemme *Si les deux pays sont munis d'une fonction de production de la forme Cobb-Douglas et en définissant le taux de consommation sur production intérieure du pays 1 $z \equiv c_1/f(k)$, on a :*

$$\forall t \geq 0, \frac{\dot{z}(t)}{z(t)} > 0 \quad (\text{B.1})$$

Preuve. Cette démonstration est due à Barro & Sala-I-Martin (1995, p. 89). Notons d'abord que $z(t)$ converge à l'équilibre stationnaire vers l'unité. La différenciation de $z(t)$ par rapport au temps donne $\gamma_z = \dot{c}_1/c_1 - \alpha k/k$, soit en utilisant (2.10a), (2.10b), ainsi que les propriétés de la fonction Cobb-Douglas $\alpha c_1/2k = f'(k)z/2$ et $f(k)/k = f'(k)/\alpha$:

$$\gamma_z = f'(k) \left(z/2m - \frac{\sigma - 1}{\sigma} \right) - \rho/\sigma \quad (\text{B.2})$$

L'examen de l'équation (B.2) nous garantit que l'on a à chaque instant t : $z(t) > \frac{2(\sigma-1)m}{\sigma}$, car l'inégalité $z(T) \leq \frac{2(\sigma-1)m}{\sigma}$ pour un T quelconque serait incompatible avec la convergence de z vers sa valeur d'équilibre stationnaire. La différenciation de (B.2) par rapport au temps donne ensuite :

$$\dot{\gamma}_z = f''(k)\dot{k} \left(z/2m - \frac{\sigma-1}{\sigma} \right) + f'(k)\gamma_z z/2m \quad (B.3)$$

Cette relation montre que la condition $z(t) > \frac{2(\sigma-1)m}{\sigma}$ impose $\gamma_z > 0$ à chaque instant. En effet, $\gamma_z(T) \leq 0$ pour un T quelconque, impliquerait (compte tenu de $f''(k) < 0$, $\dot{k} > 0$ et $f'(k) > 0$) : $\dot{\gamma}_z(t) < 0$ et donc $\gamma_z(t) < 0$ pour tout $t \geq T$, ce qui est incompatible avec la convergence vers l'équilibre stationnaire. \square

Concernant maintenant la Proposition 1 proprement dite, commençons par montrer que la propriété est vraie pour $t = 0$. Nous écrivons pour cela une expression de $c_{1j}(0)$ en fonction de la richesse totale et de la propension à consommer :

$$c_{1j}(0) = \mu(0) (p_{1j}(0) + \tilde{w}(0)), \quad (B.4)$$

où $\mu(0) = \left(\int_0^\infty e^{R(t)(1-\sigma)/\sigma - t(\rho/\sigma)} dt \right)^{-1}$ est la propension à consommer la richesse totale au temps zéro. La relation (B.4) est tirée de la contrainte intertemporelle (2.13) et de l'expression $c_{1j}(t) = c_{1j}(0)e^{(R(t)-t\rho)/\sigma}$, provenant de la condition d'optimalité

$$\frac{\dot{c}_{1j}}{c_{1j}} = \frac{1}{\sigma} (r - \rho) \quad (B.5)$$

On remplace (B.4) dans (2.4a) écrite en $t = 0$ pour obtenir :

$$\frac{\dot{p}_{1j}(0)}{p_{1j}(0)} = \frac{w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0)}{p_{1j}(0)} + r(0) - \mu(0) \quad (B.6)$$

On voit dans cette expression que les coefficients $w(0)$, $\mu(0)$, $\tilde{w}(0)$ et $r(0)$ sont indépendants de la dotation initiale du ménage $1j$. En notant $\gamma_{p_{1j}} = \frac{\dot{p}_{1j}(0)}{p_{1j}(0)}$, on peut donc écrire :

$$\frac{d\gamma_{p_{1j}}}{dp_{1j}(0)} = - \frac{w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0)}{(p_{1j}(0))^2}$$

L'effet de convergence du comportement d'épargne au temps zéro dépendra donc entièrement du signe de $w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0)$, y compris pour les ménages dotés d'un patrimoine initial négatif. Il suffit de montrer que $w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0)$

est positif pour établir la propriété (3.1) pour $t = 0$. Écrivons cette quantité explicitement (en utilisant les expressions de $\mu(0)$ et de $\tilde{w}(0)$) :

$$w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0) = \frac{\int_0^\infty (w(0)e^{R(t)(1-\sigma)/\sigma - t(\rho/\sigma)} - w(t)e^{-R(t)}) dt}{\int_0^\infty e^{R(t)(1-\sigma)/\sigma - t(\rho/\sigma)} dt} \quad (B.7)$$

Montrons par l'absurde que $w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0) \geq 0$. L'inégalité $w(0) - \mu(0)\tilde{w}(0) < 0$ imposerait qu'il existe (au moins) un intervalle de temps $[\tau_a, \tau_b[$ tel que pour tout $t \in [\tau_a, \tau_b]$, $w(t) > w(0)e^{R(t)/\sigma - t(\rho/\sigma)}$. Remarquons alors que l'on peut écrire (compte tenu des propriétés de $w_1(t)$: continue et dérivable par rapport au temps en tout point), $\forall t \geq 0$, $w(t) = w(0) \exp[\int_0^t \frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)} d\tau]$. Donc : $w(t) > w(0)e^{R(t)/\sigma - t(\rho/\sigma)} \implies \exp[\int_0^t \frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)} d\tau] > e^{R(t)/\sigma - t(\rho/\sigma)} \implies \int_0^t \frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)} d\tau > R(t)/\sigma - t(\rho/\sigma) \implies \int_0^t \frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)} d\tau > \int_0^t \frac{1}{\sigma} [r(\tau) - \rho] d\tau$. Ceci impliquerait donc qu'il existe (au moins) un autre intervalle de temps $[\tau_c, \tau_d[$ avec $\tau_d \leq t$ tel que pour tout $\tau \in [\tau_c, \tau_d]$:

$$\frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)} > \frac{1}{\sigma} [r(\tau) - \rho] = \frac{\dot{c}_1(\tau)}{c_1(\tau)} \quad (B.8)$$

Mais le Lemme 1 nous informe que $\forall \tau \geq 0$, $\frac{\dot{z}(\tau)}{z(\tau)} = \frac{\dot{c}_1(\tau)}{c_1(\tau)} - \alpha \frac{\dot{k}(\tau)}{k(\tau)} > 0$, où α est la part du capital dans le revenu total de la fonction Cobb-Douglas. De plus, toujours avec une fonction de production Cobb-Douglas, on peut écrire $\frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)} = \alpha \frac{\dot{k}(\tau)}{k(\tau)}$. On a donc $\frac{\dot{c}_1(\tau)}{c_1(\tau)} > \frac{\dot{w}(\tau)}{w(\tau)}$, $\forall \tau \geq 0$, ce qui contredit (B.8). On conclut que la propriété est vraie pour $t = 0$.

L'extension à un t positif quelconque repose sur la propriété de récursivité du problème de maximisation des ménages dans le modèle néo-classique à horizon infini : à chaque instant t , si un ménage quelconque avait le loisir de choisir de nouveau sa trajectoire de consommation/épargne avec cette fois-ci le patrimoine accumulé jusqu'à cet instant, il choisirait exactement le reste de la trajectoire déjà choisie au temps zéro. Il s'ensuit que l'on peut considérer les dotations en patrimoine des ménages à chaque instant comme les dotations initiales d'un nouveau problème de maximisation, sans modification des trajectoires ultérieures. La démonstration faite pour $t = 0$ s'applique donc pour tout $t \geq 0$. \square

B.2. Corollaire

Le corollaire découle directement de la Proposition 1, en notant qu'il est impossible que les trajectoires temporelles des stocks de patrimoine de deux ménages quelconques a et b se croisent, en raison de l'unicité de la solution du problème de chaque ménage. Ainsi : $p_{1a}(0) > p_{1b}(0) \implies p_{1a}(\tau) > p_{1b}(\tau)$, $\forall \tau \geq 0$. De plus : $\frac{p_{1a}(t)}{p_{1b}(t)} = \frac{p_{1a}(0)}{p_{1b}(0)} \exp[\int_0^t \frac{\dot{p}_{1a}(\tau)}{p_{1a}(\tau)} d\tau - \int_0^t \frac{\dot{p}_{1b}(\tau)}{p_{1b}(\tau)} d\tau]$, $\forall t \geq 0$. Grâce à la Proposition 1 et à $p_{1a}(\tau) > p_{1b}(\tau)$, on a alors $\exp[\int_0^t \frac{\dot{p}_{1a}(\tau)}{p_{1a}(\tau)} d\tau -$

$\int_0^t \frac{\dot{p}_{1b}(\tau)}{p_{1b}(\tau)} d\tau] \leq 1$. En prenant $t = \infty$, et avec $p_{1b}(0) > 0$, on prouve le corollaire. \square

B.3. Proposition 2

À l'équilibre stationnaire final, le patrimoine du ménage 1_j s'écrit :

$$p_{1j}^* = \frac{1}{\rho} (c_{1j}^* - w^*) \quad (B.9)$$

En combinant cette expression avec la contrainte budgétaire intertemporelle (2.13), on obtient une relation simple entre le patrimoine initial de chaque ménage et son patrimoine à l'équilibre stationnaire :

$$p_{1j}^* = \beta + \eta p_{1j}(0), \quad (B.10)$$

où l'on définit

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(c^* \frac{\tilde{w}(0)}{\tilde{c}(0)} - w^* \right)$$

et

$$\eta = \frac{c^*}{\rho \tilde{c}(0)},$$

où c^* est la consommation mondiale à l'équilibre stationnaire. On obtient alors, par (B.10), (3.2) et (3.3) :

$$y_{1j}^* = w^*(1 - \eta) + \rho\beta + \eta y_{1j}(0) \quad (B.11)$$

Montrons d'abord que la quantité $w^*(1 - \eta) + \rho\beta$ est strictement négative. Son expression explicite provient des définitions utilisées dans (B.10) :

$$w^*(1 - \eta) + \rho\beta = c^* \frac{\tilde{w}(0) - w^*/\rho}{\tilde{c}(0)}$$

Le dénominateur est évidemment positif et on montre facilement que le numérateur est strictement négatif. Il suffit d'écrire $w^*/\rho = \int_0^\infty w^* e^{-\rho v} dv > \tilde{w}(0)$. Le reste de la preuve est un réarrangement algébrique tenant compte du signe négatif de $w^*(1 - \eta) + \rho\beta$:

$$\begin{aligned} (w^*(1 - \eta) + \rho\beta) y_{1a}(0) + \eta y_{1a}(0) y_{1b}(0) &\geq (w^*(1 - \eta) + \rho\beta) y_{1b}(0) + \eta y_{1a}(0) y_{1b}(0) \\ \implies \frac{w^*(1 - \eta) + \rho\beta + \eta y_{1b}(0)}{w^*(1 - \eta) + \rho\beta + \eta y_{1a}(0)} &\geq \frac{y_{1b}(0)}{y_{1a}(0)}. \quad \square \end{aligned}$$

References

- Atkinson, A., L. Rainwater and T. Smeeding (1995), *La distribution des revenus dans les pays de l'OCDE*, OCDE.
- Banque mondiale (1997), *Private Capital Flows to Developing Countries*, Oxford University Press.
- Barro, R. and X. Sala-I-Martin (1995), *Economic Growth*, McGraw Hill, New York.
- Caselli, F. and J. Ventura (2000), "A representative Consumer Theory of Distribution", *American Economic Review*, 90(4), pp. 909-926, MIT, Department of Economics, Working Paper.
- Chatterjee, S. (1994), "Transitional dynamics and the distribution of wealth in a neoclassical growth model", *Journal of Public Economics*, 54, pp. 97-119.
- d'Autume, A. (1996), "Note sur les modèles à deux pays", MAD, Université Paris I.
- Insee (1996), *Revenus et patrimoine des ménages*, SYNTHÈSES, Insee
- Krugman, P. and Obstfeld, M. (1997), *International Economics*, Addison-Wesley.
- Piketty, T. (1997), *L'économie des inégalités*, La Découverte, Paris.
- Rodrik, D. (1997), *Has Globalization Gone Too Far?*, Institute for International Economics, Washington.
- Samuelson, P. (1948), "International Trade and the Equalization of Factor Prices", *Economic Journal*, LVIII, pp. 163-84.
- Vellutini, C. (1997), « Mobilité des capitaux avec irréversibilité de l'investissement dans un modèle néoclassique à deux pays », *Revue d'économie politique*, 107(6), pp. 757-780.
- Ventura, J. (1997), "Growth and Interdependence", *Quarterly Journal of Economics*, pp. 57-84.
- Wolff, E. (1992), "Changing Inequality of Wealth", *American Economic Review*, 82-2, pp. 552-558.